CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA (CET)

ESCOLA DE MATEMÁTICA (EMAT)

Curso: PROTES **Professor:** Fabio Simas

Disciplina: Matemática Básica **Tutoras:** Cinthia Monçores e Julia Lopes

LISTA DE EXERCÍCIOS - EQUAÇÃO DE GRAU 1 (GABARITO)

Exercício 1. Resolva as equações a seguir.

a) $x + 5 = 12$

b) $2x - 3 = 7$

c) $3x + \frac{3}{4} = 21$

d) $5x - 6 = 9$

e) $\frac{x}{3} + 2 = 6$

f) $4x + 3 = 2x + \sqrt{11}$

g) $7(x - 2) = 5x + 4$

h) $3(2x - 1) = 2(x + 4)$

i) $\dfrac{(2x + 3)}{5} = \dfrac{(x - 1)}{2}$

j) $\dfrac{(7x - 21)}{7} + 2 = \sqrt{3}(x + 2) - x$

Solução:

Para resolvermos os exercícios, iremos efetuar as mesmas operações dos dois lados de cada equação, para isolar x e encontrar seu valor.

a) Queremos que o x fique sozinho, então vamos fazer da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x + 5 &= 12 \qquad \text{subtraia 5 dos dois lados da equação.} \\ x + 5 - 5 &= 12 - 5 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Logo, $x = 7$.

b) Seguindo o mesmo raciocínio, vamos começar assim:

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 7 \qquad \text{adicione 3 em ambos os lados.} \\ 2x - 3 + 3 &= 7 + 3 \\ 2x &= 10 \qquad \text{divida os dois lados por 2.} \\ \frac{2x}{2} &= \frac{10}{2} \\ x &= 5. \end{aligned}$$

Portanto, $x = 5$.

c) No final das contas esperamos obter '$x =$' a algum número. Então vamos operar com a equação no sentido de isolar o x em um membro e deixar os valores numéricos no outro.

$$
\begin{aligned}
3x + \tfrac{3}{4} &= 21 && \text{subtraia } \tfrac{3}{4} \text{ dos dois lados.}\\
3x + \tfrac{3}{4} - \tfrac{3}{4} &= 21 - \tfrac{3}{4} && \text{para simplificar o lado direito, escrevemos } 21 = \tfrac{84}{4}.\\
3x &= \tfrac{84}{4} - \tfrac{3}{4} && \text{juntando os denominadores...}\\
3x &= \tfrac{84-3}{4} &&\\
3x &= \tfrac{81}{4} && \text{multiplique os dois lados por } \tfrac{1}{3}.\\
3x \cdot \tfrac{1}{3} &= \tfrac{81}{4} \cdot \tfrac{1}{3} &&\\
x &= \tfrac{81}{4\cdot 3} &&\\
x &= \tfrac{27}{4} &&
\end{aligned}
$$

Portanto, $x = \frac{27}{4}$.

d) No final das contas esperamos obter '$x =$' a algum número. Então vamos operar com a equação no sentido de isolar o x em um membro e deixar os valores numéricos no outro.

$$
\begin{aligned}
5x - 6 &= 9 && \text{adicione 6 em ambos os lados.}\\
5x - 6 + 6 &= 9 + 6 &&\\
5x &= 15 && \text{divida os dois lados por 5.}\\
\frac{5x}{5} &= \frac{15}{5} &&\\
x &= 3 &&
\end{aligned}
$$

Portanto, $x = 3$.

e) No final das contas esperamos obter '$x =$' a algum número. Então vamos operar com a equação no sentido de isolar o x em um membro e deixar os valores numéricos no outro.

$$
\begin{aligned}
\tfrac{x}{3} + 2 &= 6 && \text{subtraia 2 dos dois lados.}\\
\tfrac{x}{3} + 2 - 2 &= 6 - 2 &&\\
\tfrac{x}{3} &= 4 && \text{multiplique ambos os lados por 3.}\\
\tfrac{x}{3} \cdot 3 &= 4 \cdot 3 &&\\
x &= 12. &&
\end{aligned}
$$

Portanto, $x = 12$.

f) No final das contas esperamos obter '$x =$' a algum número. Então vamos operar com a equação no sentido de isolar o x em um membro e deixar os valores numéricos no outro.

$$
\begin{aligned}
4x + 3 &= 2x + \sqrt{11} && \text{subtraia 3 em ambos os membros.}\\
4x + 3 - 3 &= 2x + \sqrt{11} - 3 &&\\
4x &= 2x + \sqrt{11} - 3 && \text{subtraia } 2x \text{ em ambos os lados.}\\
4x - 2x &= 2x + \sqrt{11} - 3 - 2x &&\\
2x &= \sqrt{11} - 3 && \text{divida os dois lados por 2.}\\
\tfrac{2x}{2} &= \tfrac{\sqrt{11}-3}{2} &&\\
x &= \tfrac{\sqrt{11}-3}{2}. && \text{Não aproxime a resposta a menos que seja necessário.}
\end{aligned}
$$

g) No final das contas esperamos obter '$x =$' a algum número. Então vamos operar com a equação no sentido de isolar o x em um membro e deixar os valores numéricos no outro.

$$\begin{aligned}
7(x-2) &= 5x+4 && \text{aplique a distributiva no lado esquerdo da igualdade.}\\
7x-14 &= 5x+4 && \text{some 14 dos dois lados.}\\
7x-14+14 &= 5x+4+14 &&\\
7x &= 5x+18 && \text{subtraia } 5x \text{ em ambos os lados.}\\
7x-5x &= 5x+18-5x &&\\
2x &= 18 &&\\
\tfrac{2x}{2} &= \tfrac{18}{2} && \text{divida por 2.}\\
x &= 9. &&
\end{aligned}$$

Portanto, $x = 9$.

h) No final das contas esperamos obter '$x =$' a algum número. Então vamos operar com a equação no sentido de isolar o x em um membro e deixar os valores numéricos no outro.

$$\begin{aligned}
3(2x-1) &= 2(x+4) && \text{use a distributividade nos dois lados.}\\
6x-3 &= 2x+8 && \text{subtraia } 2x \text{ nos dois lados da igualdade.}\\
6x-3-2x &= 2x+8-2x &&\\
4x-3 &= 8 && \text{agora, adicione 3.}\\
4x-3+3 &= 8+3 &&\\
4x &= 11 && \text{divida os dois lados por 4.}\\
\tfrac{4x}{4} &= \tfrac{11}{4} &&\\
x &= \tfrac{11}{4}. && \text{Não aproxime a resposta, a menos que seja solicitado.}
\end{aligned}$$

Portanto $x = \frac{11}{4}$.

i) No final das contas esperamos obter '$x =$' a algum número. Então vamos operar com a equação no sentido de isolar o x em um membro e deixar os valores numéricos no outro.

$$\begin{aligned}
\tfrac{(2x+3)}{5} &= \tfrac{(x-1)}{2} && \text{multiplique os dois lados por 10.}\\
10\cdot\tfrac{(2x+3)}{5} &= 10\cdot\tfrac{(x-1)}{2} && \text{agora simplifique cada lado.}\\
2\cdot(2x+3) &= 5\cdot(x-1) && \text{use a distributiva.}\\
4x+6 &= 5x-5 && \text{agora, adicione } (-4x+5) \text{ de cada lado.}\\
4x+6+(-4x+5) &= 5x-5+(-4x+5) &&\\
4x+6-4x+5 &= 5x-5-4x+5 &&\\
11 &= x. &&
\end{aligned}$$

Portanto, $x = 11$.

j) No final das contas esperamos obter '$x =$' a algum número. Então vamos operar com a equação no sentido de isolar o x em um membro e deixar os valores numéricos no outro.

$$
\begin{array}{rcll}
\frac{(7x-21)}{7}+2 &=& \sqrt{3}(x+2)-x & \text{na esquerda, separe em duas frações.}\\
\left(\frac{7x}{7}-\frac{21}{7}\right)+2 &=& \sqrt{3}(x+2)-x & \text{na esquerda, simplifique. Na direita, distributiva.}\\
(x-3)+2 &=& x\sqrt{3}+2\sqrt{3}-x & \text{subtraia } x \text{ em ambos os lados.}\\
x-3+2-x &=& x\sqrt{3}+2\sqrt{3}-x-x & \\
-3+2 &=& x\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2x & \text{subtraia } 2\sqrt{3} \text{ nos dois lados.}\\
-1-2\sqrt{3} &=& x\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2x-2\sqrt{3} & \\
-1-2\sqrt{3} &=& x\sqrt{3}-2x & \text{coloque o } x \text{ em evidência no lado direito.}\\
-1-2\sqrt{3} &=& x\cdot(\sqrt{3}-2) & \text{divida ambos os lados por } (\sqrt{3}-2).\\
\frac{-1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} &=& x\cdot\frac{(\sqrt{3}-2)}{\sqrt{3}-2} & \\
\frac{-1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} &=& x & \text{racionalize para retirar a raiz do denominador.}\\
x &=& \frac{-1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}\cdot\frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}+2)}. & \text{Efetuando as contas, obtém-se } x=5\sqrt{3}+8.
\end{array}
$$

Portanto, $x = 5\sqrt{3}+8$.

Racionalizar para retirar a raiz do denominador é uma boa prática, mas não é sempre necessário.

Exercício 2. Ana tem cinco anos a mais que Paula. A soma da idade das duas é 35 anos. Qual e a idade de Ana?

Solução:

Chame de A e P as idades de Ana e Paula, respectivamente. Como Ana tem cinco anos a mais que Paula, podemos registrar $A = P+5$. Como a soma das idades é 35, temos $A+P = 35$. Vamos às contas:

$$
\begin{array}{rcll}
A+P &=& 35 & \text{como } A=P+5\text{, podemos substituir } A \text{ por } P+5 \text{ na equação.}\\
(P+5)+P &=& 35 & \text{os parênteses aqui não têm mais utilidade. Juntando os dois } P\text{'s fica.}\\
2P+5 &=& 35 & \text{para deixar } P \text{ de um lado e números do outro, subtraímos 5 nos dois lados.}\\
2P+5-5 &=& 35\ \text{-}5 & \\
2P &=& 30 & \text{temos o valor de } 2P\text{, o valor de } P \text{ é metade.}\\
\frac{2P}{2} &=& \frac{30}{2}. & \\
P &=& 15. &
\end{array}
$$

Mas o que foi pedido é a idade de Ana, não a idade de Paula. Como $A = P+5$ e descobrimos que $P = 15$, temos $A = 15+5$. Isto é, $A = 20$.

Resposta: $A = 20$.

Exercício 3. Telma comprou uma calça e pagou-a em três prestações sem juros. Na primeira prestação ela pagou a metade do valor da calça; na segunda, a terça parte; na última R$ 10,00. Qual foi o valor da calça?

Solução:

Vamos considerar C o valor da calça comprada por Telma, e a partir disso, compreender o que é descrito. Temos que a primeira parcela foi a metade do valor da calça, logo , $\frac{C}{2}$, a segunda parcela compreendendo a terça parte do valor da calça, sendo $\frac{C}{3}$, e na terceira e última parcela, foram pagos 10 reais. Como as parcelas feitas foram referentes ao valor da calça, podemos montar a seguinte equação:

$$\frac{C}{2} + \frac{C}{3} + 10 = C$$

Deste modo, a soma das parcelas é equivalente ao valor da calça. Agora vamos efetuar as contas para encontrar o que se pede:

$$\begin{array}{rcll}
\frac{C}{2} + \frac{C}{3} + 10 & = & C & \text{adicione } (-C-10) \text{ a ambos os lados.} \\
\frac{C}{2} + \frac{C}{3} + 10 + (-C-10) & = & C + (-C-10) & \\
\frac{C}{2} + \frac{C}{3} - C & = & -10 & \\
\frac{C}{2} + \frac{C}{3} - C & = & -10 & \text{encontre um denominador comum.} \\
\frac{3C}{6} + \frac{2C}{6} - \frac{6C}{6} & = & -10 & \\
\frac{-1C}{6} & = & -10 & \text{multiplique cada lado por (-6)} \\
(-6) \cdot \frac{-1C}{6} & = & (-6) \cdot -10 & \\
C & = & 60 &
\end{array}$$

Resposta: A calça que Telma comprou custa R$ 60,00.

Exercício 4. Lúcio e Cláudio têm, juntos, 124kg. Lúcio tem 16kg a mais que Cláudio. Qual é a massa de cada um deles?

Solução:

Seja L a massa de Lúcio e C a de Cláudio. Sabendo que os dois juntos possuem 124kg, então $L+C = 124$. No entanto, Lúcio possui 16kg a mais que Cláudio, ou seja, pesa o mesmo que Cláudio e mais 16kg. Podemos escrever da seguinte forma: $L = C + 16$. Substituindo $L = C + 16$ em $L + C = 124$ temos:

$$L + C = 124 \text{ e } L = C + 16 \Rightarrow (C + 16) + C = 124 \Rightarrow 2C + 16 = 124 \Rightarrow 2C = 124 - 16 \Rightarrow 2C = 108.$$

Portanto, $C = \frac{108}{2} = 54$kg. Agora que descobrimos o peso de Cláudio, podemos descobrir o de Lúcio substituindo $C = 54$.

$$L + C = 124$$

$$L + 54 = 124$$

$$L = 124 - 54$$

$$L = 70.$$

Portanto, a massa de Cláudio é 54kg e a de Lúcio é de 70kg.

Exercício 5. Qual é o número inteiro que adicionado a seu dobro, é igual a 72?

Solução:

Seja x o número inteiro que queremos descobrir. Deste modo temos que: x mais duas vezes este mesmo x é igual a 72. Nossa equação será:

$$x + 2x = 72$$

$$3x = 72$$

$$x = \frac{72}{3} = 24.$$

Logo, este número será 24.

Exercício 6. A soma de três números consecutivos é 90. Calcule o maior deles.

Solução:

Seja x um número inteiro, $x + 1$ e $x + 2$ são seus dois próximos sucessores. Portanto, x, $x + 1$ e $x + 2$ são três inteiros consecutivos que precisam somar 90. Logo:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 90$$

$$3x + 3 = 90$$

$$3x = 90 - 3$$

$$3x = 87$$

$$x = \frac{87}{3}$$

$$x = 29.$$

Como $x = 29$, seus próximos dois sucessores são 30 e 31. Portanto, o maior número obedecendo essa condição é 31.

Solução alternativa: Seja x o número do meio nessa sequência. Assim, o menor número é $x - 1$ e o maior é $x + 1$. A soma dos três números é $(x - 1) + x + (x + 1) = 90$. Resolvendo o primeiro membro, obtemos $3x = 90$. Se o triplo de x é 90, então $x = 30$. Portanto, o maior número da sequência é 31.