CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA (CET)

ESCOLA DE MATEMÁTICA (EMAT)

UNIRIO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Curso: PROTES **Professores:** Fabio Simas e Ronaldo Busse

Disciplina: Pré-Cálculo **Tutoras:** Cinthia Monçores e Julia Lopes

LISTA DE EXERCÍCIOS - CONCEITO E LINGUAGEM DE FUNÇÕES REAIS (PARTE 1)

Exercício 1. Considere as funções f, g, k e h, todas de domínio $\mathbb{R}$, tais que:

$$f(x) = 3x^2 + 5x \quad ; \quad g(x) = \frac{x-1}{x^2+3} \quad ; \quad k(x) = (x-2)^2 + 6 \quad ; \quad h(x) = 2x - 7$$

Resolva os itens a seguir, determinado os valores indicados:

a) $f(3)$

b) $g(-1)$

c) $k(2)$

d) $f(1) + g(1)$

e) $g(2) - k(-1)$

f) $k(0) \cdot f(-2)$

g) $f(0) + h(0) - 1$

h) $f(-2) \cdot g(-2) + k(2)$

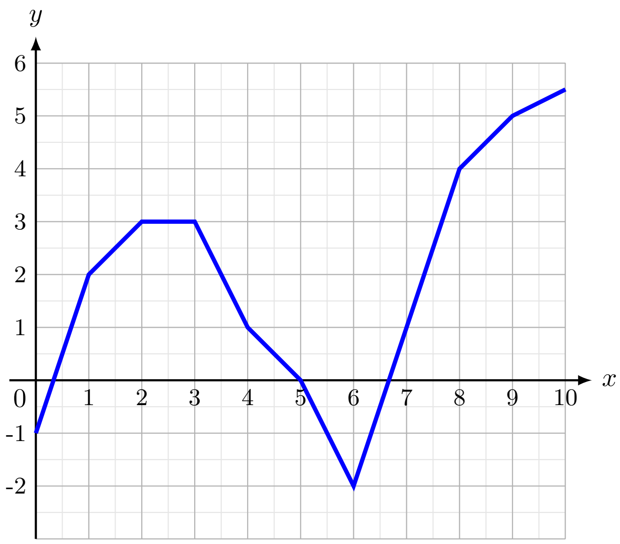
i) $\dfrac{f(-3)}{k(0)}$

j) a para o qual $h(a) = 0$

k) b para o qual $h(b) = 3$

l) c para o qual $k(c) = 15$

Exercício 2. Seja $f : [0, 10] \to \mathbb{R}$ a função real cuja representação gráfica é apresentada na figura.



A partir da representação gráfica calcule o valor das seguintes expressões:

a) $f(1) - f(0)$;

b) $4 \cdot f(3)$;

c) $\dfrac{f(4)}{f(2)}$;

d) $f(6) \cdot f\left(\dfrac{5}{2}\right)$;

e) x para o qual $f(x) = -2$;

f) x para o qual $f(x) = 4$;

g) $f(3 \cdot 2) - 4 \cdot f\left(\sqrt{81}\,\right) + 1$.

Exercício 3. Considere a seguinte lista de expressões algébricas.

a) $f(x) = \sqrt{x}$

b) $G(z) = \sqrt{z-5}$

c) $h(s) = \frac{1}{3-s}$

d) $J(t) = \frac{1}{t+8}$

e) $T(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

f) $R(x) = (x-2)^2 + 7$

g) $g(u) = 5u^2 + 8$

h) $F(x) = (x+1)^2 - 3$

Veja que, em algumas das expressões, a variável independente não pode assumir alguns valores, por exemplo, na letra a) x não pode assumir valores negativos. Complete a tabela abaixo com o maior conjunto domínio possível que cada uma das funções pode ter e o correspondente conjunto imagem.

Expressão	domínio A	Imagem
(a)	$\mathbb{R}^+$	
(b)		
(c)		$\mathbb{R} \setminus \{0\}$
(d)	$\mathbb{R} \setminus \{-8\}$	
(e)		
(f)		$[7, +\infty[$
(g)		
(h)		

Exercício 4. Considere a função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g(x) = 9 - x^2$.

a) Coloque em ordem crescente os números $g(\sqrt{2})$, $g(\sqrt{5})$ e $g(\sqrt{10})$.

b) Determine todos os possíveis valores de x do domínio que têm imagem igual a 8.

c) Existe algum $x \in \mathbb{R}$ cuja imagem é igual a 10? Por quê?

d) Que condição deve satisfazer um número real b para que seja a imagem de algum número real x, isto é, $b = g(x)$?

Exercício 5. Vimos que para que uma relação de A em B seja uma função não pode haver:

(I) Elementos no conjunto A sem correspondente em B;

(II) Ambiguidade na determinação de correspondente em B.

Determine se cada uma das relações apresentadas a seguir é função. Justifique suas respostas a partir das condições (I) e (II).

a) Seja $\mathcal{P}$ o conjunto de todas as pessoas e considere a relação de $\mathcal{P}$ em $\mathcal{P}$, que a cada "pessoa" associa "irmão da pessoa".

b) Seja $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais e considere a relação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, que a cada "número real x" associa "raiz quadrada do número real x".

c) Sejam $\mathbb{R}^+$ o conjunto dos números reais positivos e $\mathcal{T}$ o conjunto de todos os triângulos. Considere a relação de $\mathbb{R}^+$ em $\mathcal{T}$ que a cada "número real positivo x" associa "triângulo de área x".

Exercício 6. Considere a função f que a *cada número natural associa a soma de seus algarismos*.

a) Determine o domínio e o contradomínio dessa função.

b) Qual é a imagem de 13717 por essa função?

c) Proponha um número cuja imagem por f seja 22.

d) Quantos números entre 1 e 10000 têm como imagem o número 3?

e) Todo número natural pertence à imagem de f? Explique.

f) Mostre que existem infinitos números naturais cuja imagem por f é 2.

Todos os exercícios foram retirados do Livro Aberto de Matemática. Uma iniciativa da OBMEP/IMPA financiada pela Fundação Itaú Social.