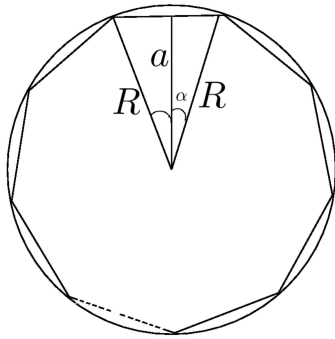


Aula 31

1.



a : apótema

Polígono regular de n lados inscrito em um círculo de raio R

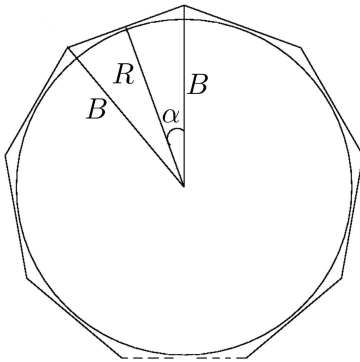
$$2\alpha = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow \alpha = \frac{180}{n}$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{R}$$

$$a = R \cos \alpha$$

$$\Rightarrow a = R \cos \left(\frac{180}{n} \right)$$

2.



$2B =$ diâmetro

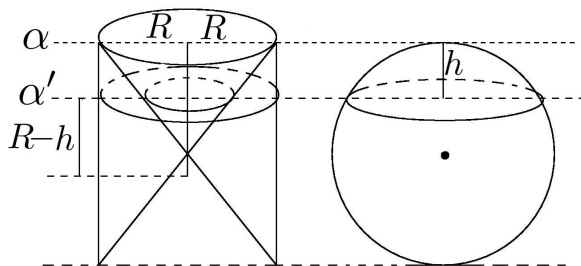
Polígono circunscrito com $2n$ lados

$$2\alpha = \frac{360}{2n} = \frac{180}{n} \Rightarrow \alpha = \frac{90}{n}$$

$$\cos \alpha = \frac{R}{B} \Rightarrow B = \frac{R}{\cos \alpha}$$

$$\text{diâmetro} = 2B = \frac{2R}{\cos \alpha} = \frac{2R}{\cos \left(\frac{90}{n} \right)}$$

3.



Volume do segmento esférico de altura h (região do sólido limitado pela esfera que está acima do plano α') é, pelo princípio de Cavalieri, igual ao volume do sólido limitado pelo cilindro, pelo cone e pelos planos α e α' . O volume desse sólido é igual à diferença entre o volume do cilindro reto de raio R e altura h e o volume do tronco de pirâmide de altura h e bases de raios R e $R - h$. Logo,

$$\begin{aligned}
V_{\text{segmento}} &= \pi R^2 h - \left[\frac{1}{3} \pi R^2 \cdot R - \frac{1}{3} \pi (R-h)^2 \cdot (R-h) \right] \\
&= \pi R^2 h - \frac{\pi}{3} [R^3 - (R^3 - 3R^2 h + 3Rh^2 - h^3)] \\
&= \pi R^2 h - \frac{\pi}{3} [3R^2 h - 3Rh^2 + h^3] \\
&= \pi R h^2 - \frac{\pi h^3}{3} \\
&= \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)
\end{aligned}$$

4. O volume do segmento esférico correspondente à zona (ou calota) esférica é dada por:

$$\begin{aligned}
V_p &= \pi(R+x)^2 h - \pi R^2 h \\
V_p &= \pi(2R+x)hx \Rightarrow \frac{V_p}{x} = \pi(2R+x)h
\end{aligned}$$

$$\text{Quando } x \rightarrow 0 \therefore \frac{V_p}{x} \rightarrow A$$

$$\text{Quando } x = 0; A = \pi(2R+0)h$$

$$A = 2\pi R h$$

5. $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

6. $24\pi \text{ cm}^2$ e $120\pi \text{ cm}^2$

7. $\frac{2768\pi}{6} \text{ cm}^3$

8. (e)

9. (b)

10. (Desafio!)

$$V = \left(\frac{128\pi R^3}{125} \right) + \left(\frac{26\pi R^3}{15} \right) (25)$$

11. (e)

12. (a)

13. (b)

14. (b)

15. π

16. Não. Depende também do comprimento de L_1 e de L_2 .

17. (e)