Aula 27

1. (i) a reta $\overleftrightarrow{HG_1}$ é paralela à reta $\overleftrightarrow{D_1C_2}$.

   Como $\overleftrightarrow{D_1C_2} \perp \alpha$, segue que $\overleftrightarrow{HG_1} \perp \alpha$.

   (ii) $\overleftrightarrow{EF_1} \perp \alpha$

   $\overleftrightarrow{EF_1} \parallel \overleftrightarrow{D_1C_2}$

   Como $\overleftrightarrow{D_1C_2} \perp \alpha$, segue que $\overleftrightarrow{EF_1} \perp \alpha$.

   (iii) $\overleftrightarrow{EF_1} \perp \beta$

   $\overleftrightarrow{EF_1} \perp \overleftrightarrow{EH}$ e $\overleftrightarrow{EH} \subset \beta$. Logo, $\overleftrightarrow{EF_1} \perp \beta$.

   iv) $\alpha = \beta$ pois $D_1 \in \alpha$ e $A_1 \in \beta$ e D_1, H e E (que determinam β) não são colineares, portanto, determinam um único plano.

   $\overleftrightarrow{EA_1} \subset \beta = \alpha$ e $\overleftrightarrow{HD_1} \subset \alpha = \beta$. Logo, $\overleftrightarrow{EA}$ e $\overleftrightarrow{HD_1}$ são coplanares.

   (v) Os planos das faces DC_1G_1H e AB_1F_1E são paralelos pois pertencem ao paralelepípedo $AB_1C_1DEF_1G_1H$ e não são adjacentes. Logo, só resta serem paralelos.

   (vi) $\overleftrightarrow{EA_1}$ e $\overleftrightarrow{HD_1}$ são paralelas.

   EA_1D_1H é um paralelogramo, logo $\overleftrightarrow{EA_1} \parallel \overleftrightarrow{HD_1}$.

   (vii) $AB_2C_2D_1EF_1G_1H$ é um paralelepípedo porque $AB_2C_2D_1$, $HD_1C_2G_1$, EF_1G_1H, EAD_1H, EAB_2F_1 e $F_1B_2C_2G$ são paralelogramos e correspondem às faces do paralelepípedo.

   (viii) Os sólidos EA_1ADD_1H e $F_1B_2B_1C_1C_2G_1$ são congruentes porque

   $m(EH) = m(F_1G_1)$

   $m(EA_1) = m(F_1B_2)$

   $m(EA) = m(F_1B_1)$

   $m(A_1D_1) = m(B_2C_2)$

   $m(AD) = m(B_1C_1)$

   $m(HD_1) = m(G_1C_2)$

   $m(HD) = m(G_1C_1)$

   $m(DD_1) = m(C_1C_2)$

   (ix) $\underbrace{A_1B_2C_2D_1EF_1G_1H}_{P_1}$ e $\underbrace{AB_1C_1DEF_1G_1H}_{P_2}$ tem o mesmo volume pois

   $V_{EA_1ADD_1H} = V_{F_1B_2B_1C_1C_2G_1}$ e $V_{P_1} = V_{EA_1ADD_1H} + V_{AB_2C_2DHEF_1G_1}$ e

   $V_{F_1B_2B_1C_1C_2G_1} + V_{AB_2C_2DHEF_1G_1} = V_{EA_1ADD_1H} + V_{AB_2C_2DHEF_1G_1} = V_{P_1}$

2. $A_2B_3C_3D_2EF_1G_1H$ é paralelepípedo retângulo pois suas faces $EA_2B_3F_1$, $F_1B_3C_3G_1$, $C_3G_1HD_2$, D_2HEA_2, $A_2B_3C_3D_2$ e EF_1G_1H são retângulos.

   Segue que $V_{A_2B_3C_3D_2EF_1G_1H} = V_{EA_1A_2B_3B_2F_1} + V_{EA_1D_2HG_1C_3B_2F_1}$.

   Como por (viii) da questão 1,

$$V_{EA_1A_2B_3B_2F_1} = V_{D_2D_1HG_1C_1C_2}$$

temos que

$$V_{A_1B_2C_2D_1EF_1G_1H} = V_{EA_1D_2HG_1C_3B_2F_1} + V_{D_2D_1HG_1C_1C_2}$$

e

$$V_{A_2B_3C_3D_2EF_1G_1H} = V_{A_1B_2C_2D_1EF_1G_1H}.$$

3. 1000 cm^3

4. $\dfrac{16}{15}$ m

5. $1200(1 + 2\sqrt{6}) \text{ cm}^2$

6. (Desafio!)

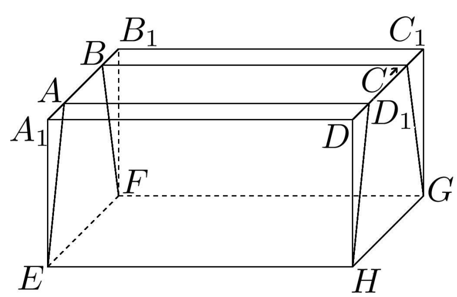
   Cada cubo tem lado medindo a.

   O paralelepípedo de área mínima é o cubo de aresta $2a$.

7. (Desafio!)

   É o cubo.

8. Não.



Os paralelepípedos $ABCDEFGH$ e $A_1B_1C_1D_1EFGH$ da figura acima têm a mesma base e suas alturas são iguais. Contudo,

$$A_{ADHE} < A_{A_1D_1HE} \text{ e } A_{BCGF} < A_{B_1C_1GF}$$

e

$$A_{ABFE} = A_{A_1B_1FE} \text{ e } A_{DCGH} = A_{D_1C_1GH},$$

o que mostra que a área lateral de $ABCDEFGH$ é menor que a área lateral de $A_1B_1C_1D_1EFGH$.

9. $a = 2$ cm

10. (d)

11. (e)

12. (d)

13. (d)