



CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA (CCET)
ESCOLA DE MATEMÁTICA (EMAT)

Curso: Matemática

Disciplina: Geometria 3

Professor: Fabio Simas

Avaliação a Distância de Geometria 3 - 2024.1

- Apresente seu raciocínio sempre.
- Desenvolva as soluções com clareza, capricho e cuidadosamente justificadas.
- Enuncie os resultados que utilizar.
- O envio é somente pela Plataforma Moodle em ape-

nas um arquivo em formato PDF.

- A resolução deve ser original (não copie), individual e com elegância.
- Você não pode usar conteúdos de disciplinas mais avançadas como Cálculo ou Geometria Analítica.

Questão 1. Sejam dados no espaço um plano α e dois pontos A e B , que não pertencem a α e estão situados em semiespaços diferentes determinados por α (ou seja, cada ponto está de um lado do plano α).

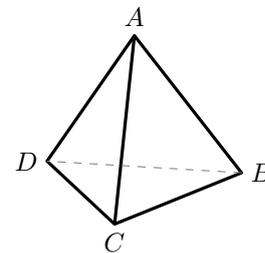
Prove que:

- a) (0,5pt) Faça uma figura para ilustrar a situação descrita.
- b) (1pt) Se a distância de A a α é igual à distância de B a α , então o ponto médio de AB pertence a α .
- c) (1pt) Se o ponto médio de AB pertence a α , então a distância de A a α é igual à distância de B a α .

Lembre-se que a distância de um ponto a um plano é o comprimento do segmento perpendicular ao plano que tem extremidades do plano e no ponto.

Questão 2. (2,5pts) Sejam α e α' planos paralelos, um ponto A que não pertence a α nem a α' e um triângulo XYZ contido em α . Se as retas AX , AY e AZ intersectam o plano α' em X' , Y' e Z' , respectivamente, mostre que os triângulos XYZ e $X'Y'Z'$ são semelhantes. Faça também uma figura para ilustrar a sua solução.

Questão 3. A figura ilustra um tetraedro regular $ABCD$. Um tetraedro regular é uma figura tridimensional formada pela união de quatro triângulos equiláteros congruentes de modo que cada lado desses triângulos é lado de exatamente dois dos quatro triângulos, como indicado na figura para os triângulos ABC , ABD , ACD e BCD .



- a) (0,7pt) Mostre que AB e CD são retas reversas.
- b) (0,8pt) Mostre que AB e CD são retas perpendiculares.
- c) (0,8pt) Determine uma reta r que seja perpendicular às retas AB e CD .
- d) (0,7pt) Existe reta diferente de r que seja perpendicular a AB e a CD ? Explique.

Questão 4. Esta atividade pretende justificar que o ângulo entre uma reta e um plano é o menor ângulo entre esta reta e uma reta do plano. Seja γ um plano, r uma reta secante a γ por um ponto A de γ . Considere uma reta s contida no plano γ que passe por A . Escolha um ponto $P \neq A$ em r e chame de P' sua projeção ortogonal sobre γ . Queremos mostrar que o ângulo entre r e AP' é menor que, ou igual a, o ângulo entre r e s . Para isso, considere $P'' \in s$ a projeção ortogonal de P sobre s . Denote por α o ângulo $\widehat{PAP'}$ e por β o ângulo $\widehat{PAP''}$.

- a) (1,25 pt) Faça uma figura que ilustre a situação em questão.
- b) (1,25 pt) Mostre que $\alpha < \beta$.
- c) Releia a atividade inteira e reflita se o que foi feito realmente prova o fato inicialmente proposto.