



**UNIRIO**

**Bacharelado em Sistemas de Informação**  
**Disciplina: Linguagens Formais e Autômatos**  
**2019.2 — Lista de exercícios 3**

Parte dos exercícios retirados da bibliografia da disciplina.

Linguagens Livres de Contexto

**Questão 1**.....

Determine as linguagens geradas por cada uma das gramáticas abaixo.

- (a)  $G = (\{I\}, \{0, 1\}, P, I)$ , com regras de produção:
- (d)  $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$ , com regras de produção:

$$I \rightarrow 1I0 \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow BB$$

$$B \rightarrow BBB \mid bB \mid a$$

- (b)  $G = (\{E, T, F\}, \{+, x, (, ), 1\}, P, E)$ , com regras de produção:

$$E \rightarrow E+T \mid T$$

$$T \rightarrow TxF \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid 1$$

- (e)  $G = (\{S, T\}, \{+, .\}, P, S)$ , com regras de produção:

$$S \rightarrow TT$$

$$T \rightarrow +T+ \mid .$$

- (c)  $G = (\{M, N\}, \{r, s, t\}, P, M)$ , com regras de produção:

$$M \rightarrow NMNN \mid t$$

$$N \rightarrow r \mid s$$

- (f)  $G = (\{R, S, T, X\}, \{a, b\}, P, R)$ , com regras de produção:

$$R \rightarrow XRX \mid S$$

$$S \rightarrow aTb \mid bTa$$

$$T \rightarrow XT \mid \varepsilon$$

$$X \rightarrow a \mid b$$

**Questão 2**.....

Para cada uma das linguagens abaixo, construa uma gramática livre de contexto que a gera satisfazendo as restrições dadas:

- (a)  $\{w \in \{0, 1\}^* : w \text{ possui exatamente 5 1's}\}$ , com no máximo 3 regras de produção
- (b)  $\{w \in \{a, b, c\}^* : w \text{ começa e termina com o mesmo símbolo}\}$ , com até 2 variáveis
- (c)  $\{w \in \{x, y, z\}^* : w \text{ tem comprimento ímpar e apenas o símbolo do meio é } z\}$
- (d)  $\{w \in \{0, 1\}^* : w \text{ é palíndromo}\}$
- (e)  $\overline{\{w \in \{0, 1\}^* : w \text{ é palíndromo}\}}$
- (f)  $\{a^i b^j c^k d^l : i + j = k + l\}$

**Questão 3.**.....

Considere a gramática  $G = (\{E\}, \{a, b\}, \{E \rightarrow EE, E \rightarrow aEb, E \rightarrow bEa, E \rightarrow \varepsilon\}, E)$ . Para cada uma das derivações a seguir, apresente a árvore de derivação associada, a derivação mais à esquerda e a derivação mais à direita equivalentes.

- (a)  $E \rightarrow EE \rightarrow aEbE \rightarrow aEbEaEB \rightarrow aEbEab \rightarrow abab$
- (b)  $E \rightarrow aEb \rightarrow abEab \rightarrow abab$
- (c)  $E \rightarrow EE \rightarrow bEaE \rightarrow baE \rightarrow babEa \rightarrow babbEaa \rightarrow babbbaa$
- (d)  $E \rightarrow EE \rightarrow EEE \rightarrow aEbEE \rightarrow aEbEaEb \rightarrow abEaEb \rightarrow abbEaaEb \rightarrow abbEaab \rightarrow abbaab$

**Questão 4.**.....

Mostre que as gramáticas a seguir são ambíguas<sup>1</sup>:

- (a)  $G = (\{S, T\}, \{a, b\}, P, S)$ , com regras de produção:

$$S \rightarrow aSb \mid bT \mid Ta$$

$$T \rightarrow aT \mid bT \mid \varepsilon$$

- (b)  $G = (\{E, O, N\}, \{0, 1, +, x\}, P, E)$ , com regras de produção:

$$E \rightarrow EOE \mid 0N \mid 1N$$

$$O \rightarrow + \mid x$$

$$N \rightarrow 0 \mid 1 \mid \varepsilon$$

- (c)  $G = (\{S, I, E, C\}, \{a, \dots, z, \_ \}, P, S)$ , com regras de produção:

$$S \rightarrow C \mid I \mid E$$

$$I \rightarrow \text{se condicao entao } S$$

$$E \rightarrow \text{se condicao entao } S \text{ senao } S$$

$$C \rightarrow \text{chamada}$$

- (d)  $G = (\{O, SN, SV, CS, CV, A, S, V, P\}, \{a, \dots, z, \_, \grave{\text{a}}, \acute{\text{o}}, \grave{\text{u}}\}, P, S)$ , com regras de produção:

$$O \rightarrow SN\_SV$$

$$SN \rightarrow CS \mid CS\_P\_CS$$

$$SV \rightarrow CV \mid CV\_P\_CS$$

$$CS \rightarrow A\_S$$

$$CV \rightarrow V \mid V\_SN$$

$$A \rightarrow o \mid um$$

$$S \rightarrow gato \mid cachorro \mid laço \mid binóculo$$

$$V \rightarrow viu \mid amarrou$$

$$P \rightarrow com$$

<sup>1</sup>O caracter  $\_$  é utilizado em tipografia para representar um espaço em branco, quando a escrita do espaço neste mesmo lugar pode deixar a leitura confusa ou ambígua. Logo, nas gramáticas onde este símbolo aparece, o terminal listado nesta gramática é na verdade um caracter “espaço em branco”, e não o próprio caracter  $\_$ .

**Questão 5**.....

Converta as gramáticas apresentadas na questão 1 para a forma normal de Chomsky, e utilize o algoritmo de Cocke-Younger-Kasami para determinar se as palavras listadas abaixo pertencem às respectivas linguagens:

- |          |             |           |
|----------|-------------|-----------|
| (a) 1100 | (c) rstssrs | (e) +.+.+ |
| (b) 1x1) | (d) aabaa   | (f) abab  |

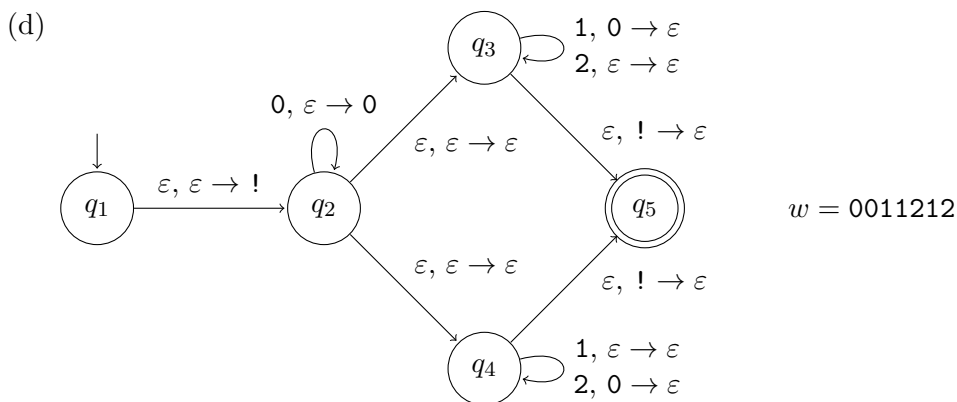
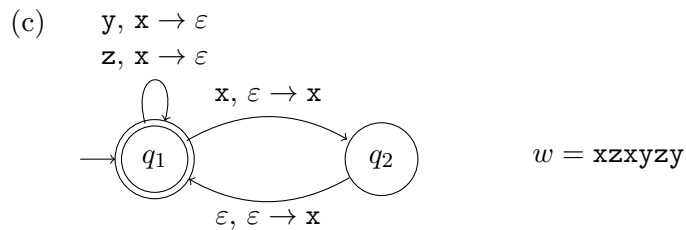
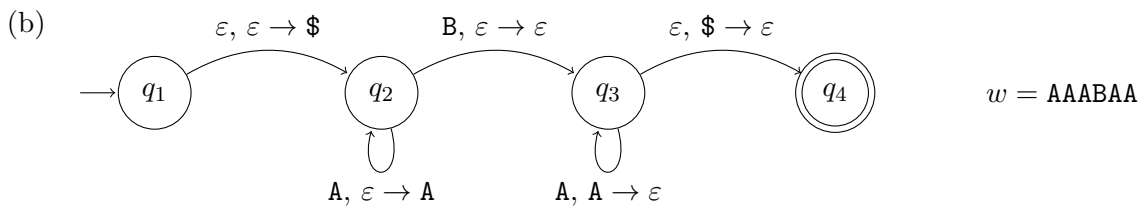
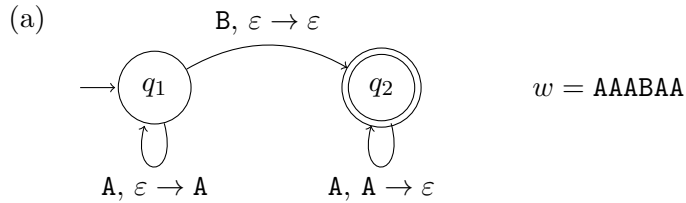
**Questão 6**.....

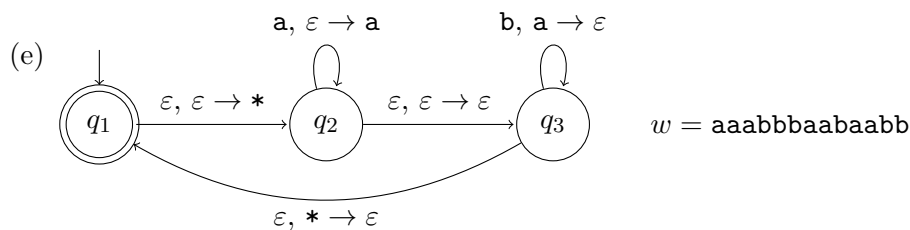
Mostre que, se  $L_1$  e  $L_2$  são linguagens livres de contexto, as linguagens a seguir também são livres de contexto:

- |                    |                     |             |
|--------------------|---------------------|-------------|
| (a) $L_1 \cup L_2$ | (b) $L_1 \cdot L_2$ | (c) $L_1^*$ |
|--------------------|---------------------|-------------|

**Questão 7**.....

Para cada um dos autômatos de pilha abaixo, apresente a sua descrição formal, determine se ele irá aceitar a palavra  $w$  apresentada, e determine qual linguagem ele reconhece.





**Questão 8**.....

Para cada linguagem da questão 2, apresente um autômato de pilha que a reconhece.

**Questão 9**.....

Para cada gramática da questão 1, apresente um autômato de pilha que reconhece a linguagem gerada pela gramática.

**Questão 10**.....

Para cada autômato de pilha da questão 7, apresente uma gramática que gera a linguagem reconhecida pelo autômato.

**Questão 11**.....

Considere a linguagem  $L = \{b \in \{0, 1\}^* : b \otimes b^R = 1^{|b|}\}$  (onde o operador binário  $\otimes$  trata os símbolos 0 e 1 como os valores binários 0 e 1). Construa um autômato de pilha que reconhece essa linguagem e uma gramática livre de contexto que gera essa linguagem.

**Questão 12**.....

Seja  $\Sigma$  um alfabeto qualquer e  $RE(\Sigma)$  o conjunto de todas as expressões regulares válidas sobre  $\Sigma$ .

- (a) Determine o alfabeto de  $RE(\Sigma)$ .
- (b) Mostre que  $RE(\Sigma)$  não é uma linguagem regular.
- (c) Mostre que  $RE(\Sigma)$  é uma linguagem livre de contexto.

**Questão 13**.....

Mostre que cada uma das linguagens abaixo não é livre de contexto.

- (a)  $\{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$
- (b)  $\{a^i b^j c^k : 0 \leq i \leq j \leq k\}$
- (c)  $\{w \in \{r, s, t\}^* : w \text{ possui a mesma quantidade de } r\text{'s, } s\text{'s e } t\text{'s}\}$
- (d)  $\{ww : w \in \{k, l\}^*\}$
- (e)  $\{x\#y : x, y \in \{0, 1\}^* \text{ e } x \text{ é subpalavra de } y\}$