Bacharelado em Sistemas de Informação
Disciplina: Linguagens Formais e Autômatos
2019.2 — Lista de exercícios 2

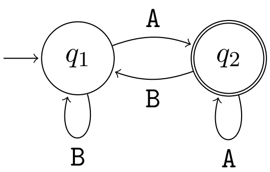
Parte dos exercícios retirados da bibliografia da disciplina.

Linguagens Regulares

Questão 1 . . . .

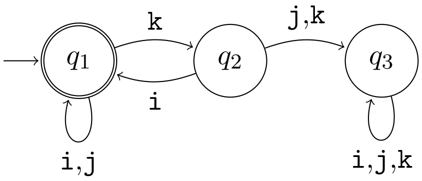
Para cada um dos autômatos finitos determinísticos abaixo, apresente a sua descrição formal, determine se ele irá aceitar a palavra w apresentada, e determine qual é a linguagem reconhecida pelo mesmo.

(a)



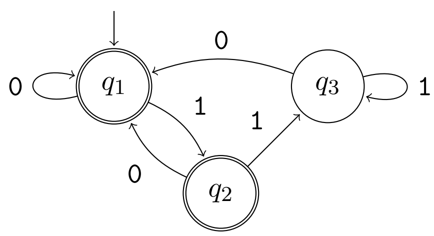
$w = $ `AABBA`

(b)



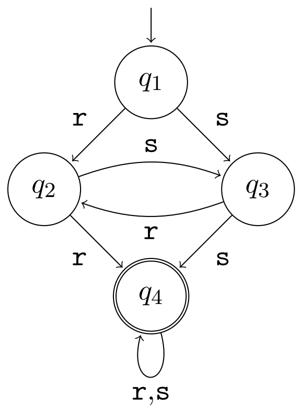
$w = $ `ikijkki`

(c)



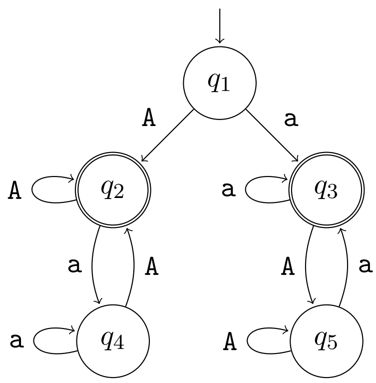
$w = $ `0101110`

(d)



$w = $ `rsrssrr`

(e)



$w = $ `AaaAaA`

Questão 2 . . . .

Considere as linguagens a seguir. Mostre que cada uma é regular apresentando um autômato finito *determinístico* que reconheça essa linguagem. Quando o alfabeto não for especificado, considere sempre o menor alfabeto para o qual a linguagem está bem-definida.

(a) $\{w \in \{\texttt{a},\texttt{b}\}^* \ : \ |w| \text{ é divisível por } 5\}$

(b) $\{w \ : \ \texttt{@\$\%} \text{ é prefixo de } w\}$

(c) $\{a\texttt{110}b \ : \ a, b \in \{\texttt{0},\texttt{1}\}^*\}$

(d) $\{w \ : \ \texttt{571} \text{ não é subpalavra de } w\}$

(e) $\{w \ : \ \texttt{abc} \text{ é sufixo de } w\}$

(f) $\{w \ : \ \texttt{haha} \text{ é subpalavra de } w\}$

(g) $\{w \ : \ w \text{ possui número par de } \texttt{a}\text{'s e } \texttt{b}\text{'s}\}$

(h) $\{w \in \{\texttt{x},\texttt{y}\}^* \ : \ w \text{ tem } \texttt{x} \text{ em todas as posições ímpares}\}$

(i) $\{w \in \{\texttt{x},\texttt{y},\texttt{z}\}^* \ : \ w \text{ tem } \texttt{xy} \text{ como subpalavra uma quantidade par de vezes}\}$

(j) $\{\varepsilon\}$ $(\Sigma = \{\texttt{a},\texttt{b}\})$

(k) $\emptyset$ $(\Sigma = \{\texttt{a},\texttt{b}\})$

Questão 3 . . . .

Considere uma linguagem regular L. Explique como utilizar um AFD que reconheça L para construir um AFD que reconheça $\overline{L}$.

Questão 4 . . . .

Considere um AFD qualquer. Como podemos determinar se ε é aceita por este AFD?

Questão 5 . . . .

Considere as linguagens a seguir. Apresente um autômato finito não-determinístico que reconheça essa linguagem, e utilize a construção apresentada em sala para apresentar um autômato finito determinístico equivalente. Quando o alfabeto não for especificado, considere sempre o menor alfabeto para o qual a linguagem está bem-definida.

(a) $\{w \ : \ \texttt{aba} \text{ ou } \texttt{bb} \text{ é sufixo de } w\}$

(b) $\{w \ : \ \texttt{ab} \text{ ou } \texttt{bc} \text{ é sufixo de } w\}$

(c) $\{w \in \{\texttt{0},\texttt{1}\}^* \ : \ w \text{ tem } \texttt{0} \text{ como penúltimo símbolo } \}$

(d) $\{w \in \{\texttt{p},\texttt{q}\}^* \ : \ w \text{ tem } \texttt{p} \text{ como quarto último símbolo}\}$

(e) $\{w \in \{\texttt{a},\texttt{s}\}^* \ : \ \text{todos os } \texttt{s}\text{'s de } w \text{ vêm em pares}\}$

Questão 6 . . . .

Considere duas linguagens regulares L_1 e L_2. Explique graficamente como utilizar AFNs M_1 e M_2 que reconheçam L_1 e L_2, respectivamente, para construir AFNs que reconheçam as seguintes linguagens:

(a) $L_1 \cup L_2$

(b) $L_1 \cdot L_2$

(c) ${L_1}^*$

Questão 7 . . . .

Mostre que se as linguagens L_1 e L_2 são regulares, $L_1 \cap L_2$ e $L_1 \setminus L_2$ também são regulares.

Questão 8 . . . .

Para cada expressão regular abaixo, apresente um AFN que reconheça a linguagem descrita pela mesma. Considere sempre o menor alfabeto para o qual a linguagem está bem-definida.

(a) `(0|1)*`

(b) `x*y`

(c) `ab*a`

(d) `0*|1*`

(e) `t(tt)*`

(f) `cd*c*d`

(g) `(a|b)*abba(a|b)*`

(h) `b*(ab*a)*b*`

(i) `(b|c)*(aa)*(a|b|c)*`

Questão 9 . . . .

Para cada linguagem das questões 2 e 5, apresente uma expressão regular que a descreva.

Questão 10 . . . .

Para cada uma das gramáticas regulares abaixo, classifique-a como gramática regular à esquerda ou gramática regular à direita, e apresente uma expressão regular que a descreva.

(a) $G = (\{I\}, \{\mathtt{1}\}, P, I)$, com regras de produção:

$$I \to \mathtt{11}I$$
$$I \to \varepsilon$$

(b) $G = (\{X, Y\}, \{\mathtt{x}, \mathtt{y}\}, P, X)$, com regras de produção:

$$X \to \mathtt{x}Y$$
$$Y \to \mathtt{yx}Y \mid \varepsilon$$

(c) $G = (\{R, S\}, \{\mathtt{r}, \mathtt{s}\}, P, R)$, com regras de produção:

$$R \to S\mathtt{rsrs}$$
$$S \to S\mathtt{r} \mid S\mathtt{s} \mid \varepsilon$$

(d) $G = (\{A, B, C\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, P, A)$, com regras de produção:

$$A \to \mathtt{a}B \mid \mathtt{a}C \mid \mathtt{a}$$
$$B \to \mathtt{b}B \mid \mathtt{b}A$$
$$C \to \mathtt{c}C \mid \mathtt{c}A$$

(e) $G = (\{A, B, C\}, \{\mathtt{0}, \mathtt{1}, \mathtt{2}\}, P, A)$, com regras de produção:

$$A \to \mathtt{0}A \mid \mathtt{1}B \mid \mathtt{2}C \mid \varepsilon$$
$$B \to \mathtt{0}B \mid \mathtt{1}C \mid \mathtt{2}A$$
$$C \to \mathtt{0}C \mid \mathtt{1}A \mid \mathtt{2}B$$

Questão 11 ....

Para cada linguagem das questões 2 e 5, apresente uma gramática regular que a gera.

Questão 12 ....

Considere uma linguagem L. Explique como utilizar uma gramática regular que gera L para construir uma gramática regular que gera L^R.

Questão 13 ....

Em certas linguagens de programação, comentários aparecem entre delimitadores como `/#` e `#/`. Seja L a linguagem de todas as strings de comentários corretamente delimitadas. Um membro de L deve iniciar com `/#` e terminar com `#/` sem possuir outros `#/` no meio. Por simplicidade, digamos que os comentários em si são escritos apenas com os símbolos `a` e `b`, logo o alfabeto de L é $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{/}, \mathtt{\#}\}$.

(a) Apresente um AFD que reconheça L.

(b) Apresente uma expressão regular que represente L.

(c) Apresente uma gramática que gere L.

Questão 14 ....

Considere $\Sigma = \left\{ \binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1} \right\}$ contendo todas as colunas de `0`'s e `1`'s de altura 2. Uma palavra de Σ contém duas linhas de `0`'s e `1`'s. Interpretando cada linha como sendo um número binário, considere a linguagem

$$L = \{w \in \Sigma^* \ : \ \text{a linha superior de } w \text{ é um número maior do que a linha inferior de } w\}.$$

Por exemplo, $\binom{0}{0}\binom{1}{0}\binom{1}{1}\binom{0}{0} \in L$, mas $\binom{0}{0}\binom{0}{1}\binom{1}{1}\binom{0}{0} \notin L$. Mostre que L é regular.

Questão 15 ....

Mostre que $l = 3$ é comprimento de bombeamento para a linguagem `a(aa)*|b(bb)*`.

Questão 16 ....

Utilize o lema do bombeamento para demonstrar que as linguagens a seguir não são regulares. Considere sempre o menor alfabeto para o qual a linguagem está bem-definida.

(a) $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^n \ : \ n \geq 0\}$

(b) $\{w \in \{r, s\}^* \ : \ w \text{ tem a mesma quantidade de } \mathtt{r}\text{'s e } \mathtt{s}\text{'s}\}$

(c) $\{w \in \{\mathtt{x}, \mathtt{y}\}^* \ : \ w \text{ é um palíndromo}\}$