Bacharelado em Sistemas de Informação
Disciplina: Linguagens Formais e Autômatos
2019.2 — Lista de exercícios 1

Parte dos exercícios retirados da bibliografia da disciplina.

Revisão: Teoria de Conjuntos

Questão 1 .....

Examine as descrições formais dos conjuntos a seguir para compreender quais elementos eles contêm, e escreva uma descrição curta e informal em português de cada conjunto:

(a) $\{1, 3, 5, 7, \ldots\}$

(b) $\{\ldots, -4, -2, 0, 2, 4, \ldots\}$

(c) $\{n | n = 2m$ para algum m em $\mathbb{N}\}$

(d) $\{n | n = 2m$ para algum m em $\mathbb{N}$, e $n = 3k$ para algum k em $\mathbb{N}\}$

(e) $\{w | w$ é uma string de `0`s e `1`s e w é igual ao reverso de $w\}$

(f) $\{n | n$ é inteiro e $n = n + 1\}$

Questão 2 .....

Escreva descrições formais para os conjuntos a seguir:

(a) O conjunto contendo os números 1, 10, e 100

(b) O conjunto contendo todos os inteiros que são maiores do que 5

(c) O conjunto contendo todos os números naturais que são menores do que 5

(d) O conjunto contendo a string `aba`

(e) O conjunto contendo a string vazia

(f) O conjunto contendo absolutamente nada

Questão 3 .....

Seja A o conjunto $\{\mathtt{x}, \mathtt{y}, \mathtt{z}\}$ e B o conjunto $\{\mathtt{x}, \mathtt{y}\}$.

(a) A é subconjunto de B? ($A \subseteq B$?)

(b) B é subconjunto de A? ($B \subseteq A$?)

(c) Quais elementos compõem $A \cup B$?

(d) Quais elementos compõem $A \cap B$?

(e) Quais elementos compõem $A \times B$?

(f) Quais elementos compõem B^2?

(g) Qual é o conjunto potência de B (2^B)?

Questão 4 .....

Se A tem a elementos e B tem b elementos, quantos elementos tem $A \times B$? Explique sua resposta.

Questão 5 .....

Se C é um conjunto com c elementos, quantos elementos tem o conjunto potência de C? Explique sua resposta.

Questão 6 .....

Seja X o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ e Y o conjunto $\{6, 7, 8, 9, 10\}$. A função unária $f : X \to Y$ e a função binária $g : X \times Y \to Y$ estão descritas nas tabelas a seguir.

n	$f(n)$
1	6
2	7
3	6
4	7
5	6

g	6	7	8	9	10
1	10	10	10	10	10
2	7	8	9	10	6
3	7	7	8	8	9
4	9	8	7	6	10
5	6	6	6	6	6

(a) Quais são o domínio e contradomínio de f e g?

(b) Qual é o valor de $f(2)$?

(c) Qual é o valor de $g(2, 10)$?

(d) Qual é o valor de $g(4, f(4))$?

Questão 7 .....

Seja $A = \{1, 2, 3\}$, e considere as relações de A sobre si mesmo listadas abaixo. Para cada uma, determine se ela é reflexiva, simétrica, antissimétrica e/ou transitiva. Determine também quais destas relações são, também, funções:

(a) $R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

(b) $R_2 = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$

(c) $R_3 = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 3)\}$

(d) $R_4 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$

(e) $R_5 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1)\}$

Questão 8 .....

Represente cada uma das relações a seguir na forma de grafo:

(a) Relação $\{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 2)\}$, sobre o conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$

(b) Relação $\leq$ sobre o conjunto $\{-1, 0, \pi, 42, 8000\}$

(c) Relação "é divisível por" sobre o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

(d) Relação "moraram juntos em algum episódio na série The Big Bang Theory"[1] sobre o conjunto $\{\texttt{Leonard}, \texttt{Sheldon}, \texttt{Penny}, \texttt{Amy}\}$

(e) Relação "ganha de" no jogo "pedra, papel, tesoura, lagarto, Spock", sobre o conjunto $\{\texttt{pedra}, \texttt{papel}, \texttt{tesoura}, \texttt{lagarto}, \texttt{Spock}\}$

(f) Outra relação de sua preferência

[1] Se você não conhece The Big Bang Theory, escolha sua série ou filme preferido =)

Questão 9 .....

Considere a representação de relações na forma de grafos. Descreva, de maneira informal, como determinar através desta representação se uma relação possui cada uma das seguintes propriedades: (i) reflexividade; (ii) simetria; (iii) antissimetria e (iv) transitividade.

Teoria da Computação: Conceitos Básicos

Questão 10 .....

Considere os alfabetos $\Sigma_1 = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}, \mathtt{d}, \mathtt{e}\}$ e $\Sigma_2 = \{\mathtt{a}, \mathtt{r}, \mathtt{s}, \mathtt{t}\}$ e as sequências de símbolos $p_1 = \mathtt{arara}$, $p_2 = \mathtt{acabada}$ e $p_3 = \mathtt{rsrsrsrs}$. Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas:

(a) p_1 é uma palavra sobre Σ_1

(b) p_2 é uma palavra sobre Σ_1

(c) $p_3 \in {\Sigma_2}^*$

(d) $\underbrace{\mathtt{rs}\ldots\mathtt{rs}}_{4444 \text{ vezes}} \in {\Sigma_2}^*$

(e) $\mathtt{rsrsrsrs}\ldots \in {\Sigma_2}^*$

(f) $\varepsilon \in \Sigma_1$

(g) $\varepsilon \in {\Sigma_2}^*$

(h) $\emptyset \in \Sigma_1$

(i) $|p_2| = 7$

(j) $|\varepsilon| = 0$

(k) $\mathtt{ar}$ é prefixo de p_1

(l) $\mathtt{aba}$ é sufixo de p_2

(m) $\mathtt{acbda}$ é subpalavra de p_2

(n) $p_1 p_2 \in {\Sigma_1}^*$

(o) $\mathtt{ar} \cdot \mathtt{ara} = \mathtt{ar\ ara}$

(p) $p_1 p_2 = \mathtt{araraacabada}$

(q) $p_3 \varepsilon = p_3$

(r) $\mathtt{rs}^4 = p_3$

(s) $(\mathtt{rs})^4 = p_3$

(t) ${p_3}^3 = \mathtt{rsrsrsrsrsrsrsrsrsrsrsrs}$

(u) ${p_1}^R = p_1$

(v) $p_1 p_3 \in {\Sigma_1}^* \cdot {\Sigma_2}^*$

(w) $p_1 p_2 \in {\Sigma_2}^* \cdot {\Sigma_1}^*$

(x) $\mathtt{strada} \in {\Sigma_2}^* \cdot {\Sigma_1}^*$

(y) $\mathtt{arrasada} \in {\Sigma_1}^* \cdot {\Sigma_2}^*$

(z) $\mathtt{aaaaaaaaaaaa} \in {\Sigma_1}^* \cap {\Sigma_2}^*$

Questão 11 .....

Sejam L_1 e L_2 duas linguagens sobre o alfabeto Σ. Determine as seguintes linguagens em função de ${L_1}^R$ e ${L_2}^R$:

(a) $(L_1 \cdot L_2)^R$ (b) $(L_1 \cup L_2)^R$ (c) $\overline{L_1}^R$ (d) $({L_1}^*)^R$

Questão 12 .....

Descreva formalmente a linguagem correspondente às strings que representam horas em formato numérico com hora, minuto e segundo (por exemplo: `21:25:20`). Apresente o alfabeto sobre o qual esta linguagem foi construída.

Questão 13 .....

Descreva formalmente a linguagem formada pelos nomes de variáveis permitidos em Java[2].

Questão 14 .....

Descreva formalmente a linguagem correspondente aos palíndromos[3] no alfabeto latino.

[2] Considere neste exercício apenas nomes que sigam a convenção Java: são nomes válidos quaisquer sequência de dígitos e letras, sem restrição de comprimento, desde que iniciados por uma letra. Ignore a existência de palavras reservadas no Java.

[3] Um *palíndromo* é uma palavra que fica igual se lida da esquerda para a direita ou vice-versa. Ignore letras maiúsculas neste exercício.