Geometria Espacial - EP 13

Aula 28 e 29: Princípio de Cavalieri e o volume de prismas, cilindros, pirâmides, cones e esferas.

Questão 1. Uma ampulheta é formada por dois cones retos iguais, com eixos verticais e justapostos pelo vértice, o qual tem um pequeno orifício que permite a passagem de areia da parte de cima para a parte de baixo. Ao ser colocada para marcar um intervalo de tempo, toda a areia está na parte de cima e, 2 minutos e 10 segundos depois, a altura da areia na parte de cima reduziu-se à um terço. Supondo que em cada segundo a quantidade de areia que passa do cone de cima para o cone de baixo é constante, em quanto tempo mais toda a areia terá passado para a parte de baixo?

Questão 2. Considere um tetraedro $D-ABC$ tal que:

(i) DA é perpendicular ao plano ABC.

(ii) $DA = 1$.

(iii) Os ângulos das faces laterais no vértice D são todos iguais a $45°$.

Então o volume da pirâmide é:

a) $\frac{1}{6}\sqrt{2\sqrt{2}-2}$

b) $\frac{1}{6}\sqrt{2-\sqrt{2}}$

c) $\frac{1}{3}\sqrt{2-\sqrt{2}}$

d) $\frac{1}{6}\sqrt{2\sqrt{2}-1}$

e) N.R.A.

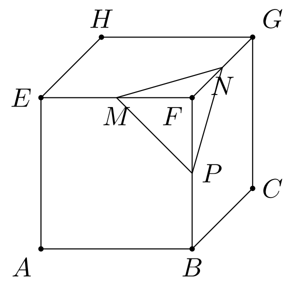
Questão 3. A que altura h' do vértice devemos cortar uma pirâmide de base $\mathcal{P}$ e altura h por um plano paralelo à base para obtermos dois sólidos de mesmo volume?

Questão 4. Utilize o Princípio de Cavalieri para calcular o volume de uma esfera de raio R.

Questão 5. Calcule o tempo que levará para encher um recipiente de 214 litros, sabendo que a velocidade de escoamento do líquido é de $0,3m/s$ e que o diâmetro do tubo cilíndrico conectado ao recipiente é igual a 30mm.

Questão 6. Em cada um dos vértices de um cubo de madeira se recorta uma pirâmide $FMNP$, onde M, N e P são os pontos médios das arestas, como mostrado na figura para o vértice F.

Se V é o volume do cubo, calcule o volume da figura que resta quando são retiradas as pirâmides de cada um dos vértices do cubo.



Questão 7. O sólido da figura é limitado pelo triângulo ABC, pela lateral de um cone de vértice A e por um segmento circular de centro O. Sabe-se que O é a projeção ortogonal de A sobre o plano que contém o círculo representado, que o ângulo $\widehat{BOC}$ é reto e que $OA = 6$cm e $OB = 3$cm. Determine o volume do sólido.