

# Geometria Espacial - EP - Gabarito

**Exercício 1.** Sobre as seções meridianas de um cilindro.

- a) Mostre que as seções meridianas de um cilindro são paralelogramos.
- b) Mostre que todo cilindro possui uma seção meridiana retangular.

## Solução:

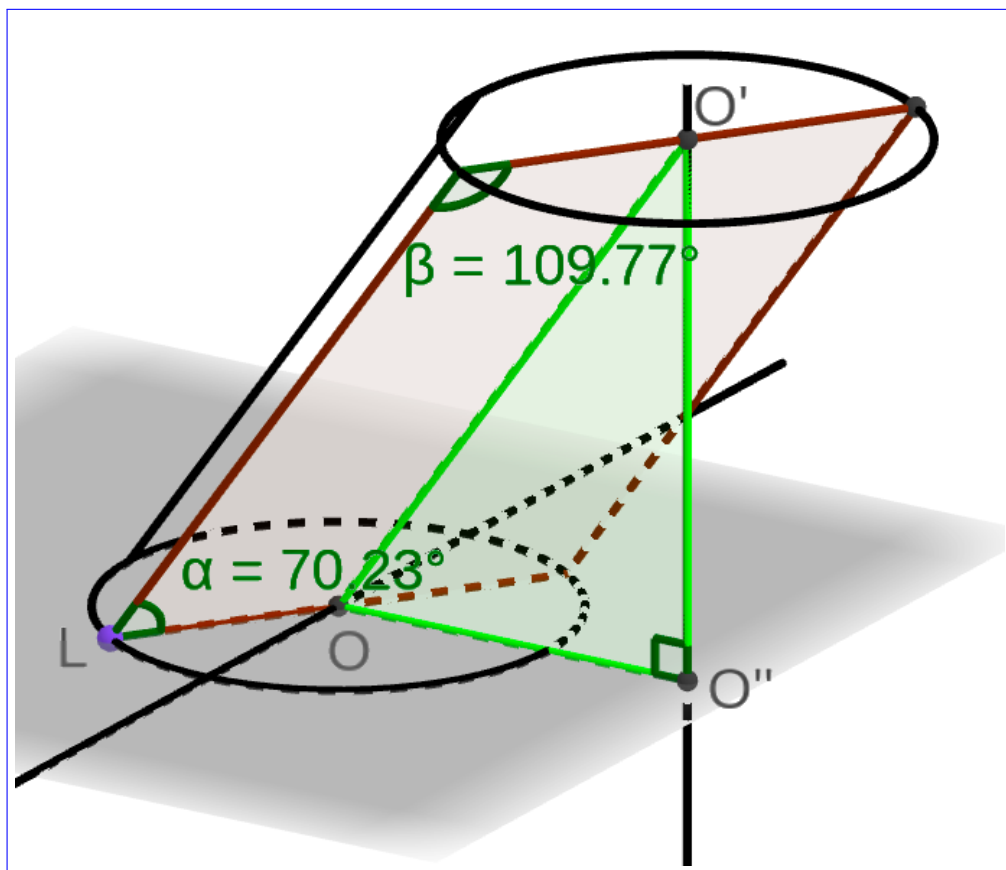
- a) A seção meridiana é a interseção do cilindro com um plano que contém seu eixo. Se este plano, digamos  $\alpha$  contém o eixo do

---

cilindro, então intersecta as bases do cilindro em diâmetros. Estes diâmetros são coplanares pois ambos estão em  $\alpha$ , logo os diâmetros precisam ser paralelos pois estão contidos nos planos das bases, que são paralelos. Como o plano  $\alpha$  contém o eixo do cilindro, ele intersecta a superfície lateral do cilindro em duas geratrizes pois elas são paralelas ao eixo e, portanto, paralelas entre si. Como os lados opostos deste quadrilátero são paralelos, o quadrilátero é um paralelogramo.

- b) Toda seção meridiana é determinada pelo eixo central do cilindro e por um diâmetro do círculo da base. Seus lados são um diâmetro de cada base e duas geratri-
-

zes do cilindro que possuem extremidades nesses diâmetros. Como as geratrizes são paralelas ao eixo central do cilindro, a seção meridiana será um retângulo quando o eixo central e o diâmetro forem perpendiculares. Este é sempre o caso quando o cilindro é reto. Se o cilindro for oblíquo, sejam  $O$  e  $O'$  os centros dos círculos das bases do cilindro,  $\alpha$  o plano que contém  $O$  e uma das bases do cilindro e  $O''$  a projeção ortogonal de  $O'$  em  $\alpha$ ,  $r$  a reta contida no plano  $\alpha$  que é perpendicular a  $OO''$  e que passa em  $O$ .



Como  $O''$  é a projeção ortogonal de  $O'$  em  $\alpha$ , a reta  $O'O''$  é perpendicular ao plano  $\alpha$ , logo é perpendicular (ortogonal) a  $r$ . Então  $r$  é perpendicular ao plano  $OO'O''$  pois é perpendicular às retas concorrentes  $OO''$  e  $O'O''$ . Como  $r$  é perpendicular ao plano  $OO'O''$ , é perpendicular à reta  $OO'$ . Portanto, o diâmetro do círculo da

base de  $\alpha$  que torna a seção meridiana um paralelogramo é aquele que está contido em  $r$ .

Resolva os exercícios 7, 8, 14, 15 e 17 da aula 24 do módulo da disciplina.

**Solução:** As soluções estão no gabarito do módulo, disponível na sala da disciplina.